

Τράπεζα Θεμάτων – Άλγεβρα Α΄ Λυκείου
Κεφάλαιο 6
Θέμα 2

Επιμέλεια : Μιχάλης Γιάνναρος - Μαθηματικός

➤ Θεωρία ως και την 6.3

Ασκήσεις: όλες

Άσκηση 1

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η συνάρτηση f , με $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3}$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f . (Μονάδες 7)

β) Να απλοποιήσετε τον τύπο της συνάρτησης f . (Μονάδες 9)

γ) Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες $x'x$ και $y'y$.

(Μονάδες 9)

Επιμέλεια: Γιάνναρος Μιχάλης

Άσκηση 2

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η συνάρτηση f , με $f(x) = \frac{2x^2 - 5x + 3}{x^2 - 1}$

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της A .

(Μονάδες 5)

β) Να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο $2x^2 - 5x + 3$.

(Μονάδες 10)

γ) Να αποδείξετε ότι για κάθε $x \in A$ ισχύει : $f(x) = \frac{2x-3}{x+1}$

(Μονάδες 10)

Επιμέλεια: Γιάνναρος Μιχάλης

Άσκηση 3

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 + 2x - 15$, $x \in \mathbb{R}$.

α) Να υπολογίσετε το άθροισμα $f(-1) + f(0) + f(1)$. (Μονάδες 10)

β) Να βρείτε τα κοινά σημεία της γραφικής της παράστασης της f με τους άξονες.
(Μονάδες 15)

Επιμέλεια: Γιάνναρος Μιχάλης

Άσκηση 4

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η συνάρτηση f , με: $f(x) = \begin{cases} 2x-5, & x \leq 3 \\ x^2, & 3 < x < 10 \end{cases}$

α) Να γράψετε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f σε μορφή διαστήματος.

(Μονάδες 8)

β) Να υπολογίσετε τις τιμές $f(-1)$, $f(3)$ και $f(5)$.

(Μονάδες 8)

γ) Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 25$.

(Μονάδες 9)

Επιμέλεια: Γιάνναρος Μιχάλης

Άσκηση 5

ΘΕΜΑ 2

α) Να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο $x^2 - 5x + 6$.

(Μονάδες 12)

β) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x-2}{x^2-5x+6}$.

i) Να βρείτε το πεδίο ορισμού A της συνάρτησης.

(Μονάδες 5)

ii) Να αποδείξετε ότι για κάθε $x \in A$ ισχύει: $f(x) = \frac{1}{x-3}$.

(Μονάδες 8)

Επιμέλεια: Γιάνναρος Μιχάλης

Άσκηση 6

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \alpha x + \beta$, όπου α, β πραγματικοί αριθμοί.

α) Αν η γραφική παράσταση της συνάρτησης f διέρχεται από τα σημεία $A(1, 6)$, $B(-1, 4)$, να βρείτε τις τιμές των α, β . (Μονάδες 13)

β) Αν $\alpha=1$ και $\beta=5$, να προσδιορίσετε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f με τους άξονες x' και y' . (Μονάδες 12)

Επιμέλεια: Γιάνναρος Μιχάλης

Άσκηση 7

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \begin{cases} 2x + 4, & x < 0 \\ x - 1, & x \geq 0 \end{cases}$

α) Να δείξετε ότι $f(-1) = f(3)$

(Μονάδες 13)

β) Να προσδιορίσετε τις τιμές του $x \in \mathbb{R}$, ώστε: $f(x) = 0$

(Μονάδες 12)

Επιμέλεια: Γιάνναρος Μιχάλης

Άσκηση 8

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \frac{x+2}{x^2-x-6}$

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .

(Μονάδες 15)

β) Να δείξετε ότι: $f(2)+f(4)=0$.

(Μονάδες 10)

Επιμέλεια: Γιάνναρος Μιχάλης

Άσκηση 9

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η συνάρτηση f , με τύπο $f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης. (Μονάδες 13)

β) Να βρείτε τις δυνατές τιμές του πραγματικού αριθμού a , ώστε το σημείο $M(a, \frac{1}{8})$ να ανήκει στη γραφική παράσταση της συνάρτησης f . (Μονάδες 12)

Επιμέλεια: Γιάνναρος Μιχάλης

Άσκηση 10

ΘΕΜΑ 2

Η απόσταση y (σε χιλιόμετρα) ενός αυτοκινήτου από μια πόλη Α, μετά από x λεπτά, δίνεται από τη σχέση:

$$y=35+0,8x$$

α) Ποια θα είναι η απόσταση του αυτοκινήτου από την πόλη Α μετά από 25 λεπτά;

(Μονάδες 12)

β) Πόσα λεπτά θα έχει κινηθεί το αυτοκίνητο, όταν θα απέχει 75 χιλιόμετρα από την πόλη Α;

(Μονάδες 13)

Επιμέλεια: Γιάνναρος Μιχάλης

Άσκηση 11

ΘΕΜΑ 2

α) Να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο $x^2 + 2x - 3$

(Μονάδες 8)

β) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης:

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 1}$$

και στη συνέχεια να απλοποιήσετε τον τύπο της.

(Μονάδες 9)

γ) Να παραστήσετε γραφικά την παραπάνω συνάρτηση.

(Μονάδες 8)

Επιμέλεια: Γιάνναρος Μιχάλης

Άσκηση 12

ΘΕΜΑ 2

Η θερμοκρασία T σε βαθμούς Κελσίου ($^{\circ}\text{C}$), σε βάθος x χιλιομέτρων κάτω από την επιφάνεια της Γης, δίνεται κατά προσέγγιση από τη σχέση:

$$T=15+25\cdot x, \text{ όταν } 0\leq x\leq 200$$

α) Να βρείτε τη θερμοκρασία ενός σημείου που βρίσκεται 30 χιλιόμετρα κάτω από την επιφάνεια της Γης. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 7)

β) Να βρείτε το βάθος στο οποίο η θερμοκρασία είναι ίση με 290°C . Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 10)

γ) Σε ποιο βάθος μπορεί να βρίσκεται ένα σημείο, στο οποίο η θερμοκρασία είναι μεγαλύτερη από 440°C ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 8)

Επιμέλεια: Γιάνναρος Μιχάλης

Άσκηση 13

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η συνάρτηση f , με $f(x) = \begin{cases} 8-x & \text{αν } x < 0 \\ 2x+5 & \text{αν } x \geq 0 \end{cases}$.

α) Να δείξετε ότι $f(-5) = f(4)$. (Μονάδες 13)

β) Να βρείτε τις τιμές του $x \in \mathbb{R}$, ώστε $f(x) = 9$. (Μονάδες 12)

Επιμέλεια: Γιάνναρος Μιχάλης

Άσκηση 14

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=ax+b$, με $a, b \in \mathbb{R}$, για την οποία ισχύει:

$$f(0)=5 \text{ και } f(1)=3.$$

α) Να δείξετε ότι $a=-2$ και $b=5$. (Μονάδες 10)

β) Να βρείτε τα σημεία στα οποία η γραφική παράσταση της f τέμνει τους άξονες x' και y' .

(Μονάδες 7)

γ) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f .

(Μονάδες 8)

Επιμέλεια: Γιάνναρος Μιχάλης

Άσκηση 15

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^3 - 16x}{x - 4}$

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f και να αποδείξετε ότι, για τα x που ανήκουν στο πεδίο ορισμού της, ισχύει $f(x) = x^2 + 4x$. (Μονάδες 15)

β) Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει $f(x) = 32$. (Μονάδες 10)

Επιμέλεια: Γιάνναρος Μιχάλης

Άσκηση 16

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x + \frac{1}{x}$, $x \neq 0$.

α) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $A = f\left(\frac{1}{2}\right) + f(1) - f(2)$. (Μονάδες 10)

β) Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = \frac{5}{2}$. (Μονάδες 15)

Επιμέλεια: Γιάνναρος Μιχάλης

Άσκηση 17

ΘΕΜΑ 2

α) Να παραγοντοποιήσετε την παράσταση:

$$A = x^3 - x^2 + 3x - 3.$$

(Μονάδες 13)

β) Να δείξετε ότι οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x) = \frac{3}{x}$ και

$g(x) = x^2 - x + 3$ έχουν ένα μόνο κοινό σημείο, το $A(1, 3)$.

(Μονάδες 12)

Επιμέλεια: Γιάνναρος Μιχάλης

Άσκηση 18

ΘΕΜΑ 2

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = x^3$ και $g(x) = x$, $x \in \mathbb{R}$

α) Να δείξετε ότι οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f, g τέμνονται σε τρία σημεία τα οποία και να βρείτε. (Μονάδες 13)

β) Αν A, O, B είναι τα σημεία τομής των παραπάνω γραφικών παραστάσεων, όπου $O(0,0)$, να αποδείξετε ότι A, B είναι συμμετρικά ως προς το O . (Μονάδες 12)

Επιμέλεια: Γιάνναρος Μιχάλης

Άσκηση 19

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η συνάρτηση f , με $f(x) = \frac{2x^2 - 6|x|}{2|x| - 6}$

α) Να προσδιορίσετε το πεδίο ορισμού A της συνάρτησης f . (Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι $f(x) = |x|$, για κάθε $x \in A$ (Μονάδες 10)

γ) Να χαράξετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f για $x > 0$. (Μονάδες 5)

Επιμέλεια: Γιάνναρος Μιχάλης

Άσκηση 20

ΘΕΜΑ 2

Στο παρακάτω σύστημα συντεταγμένων δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f .

α) Να προσδιορίσετε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης.

(Μονάδες 6)

β) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών:

x	-2	-1		1	2	
y			-1			-3

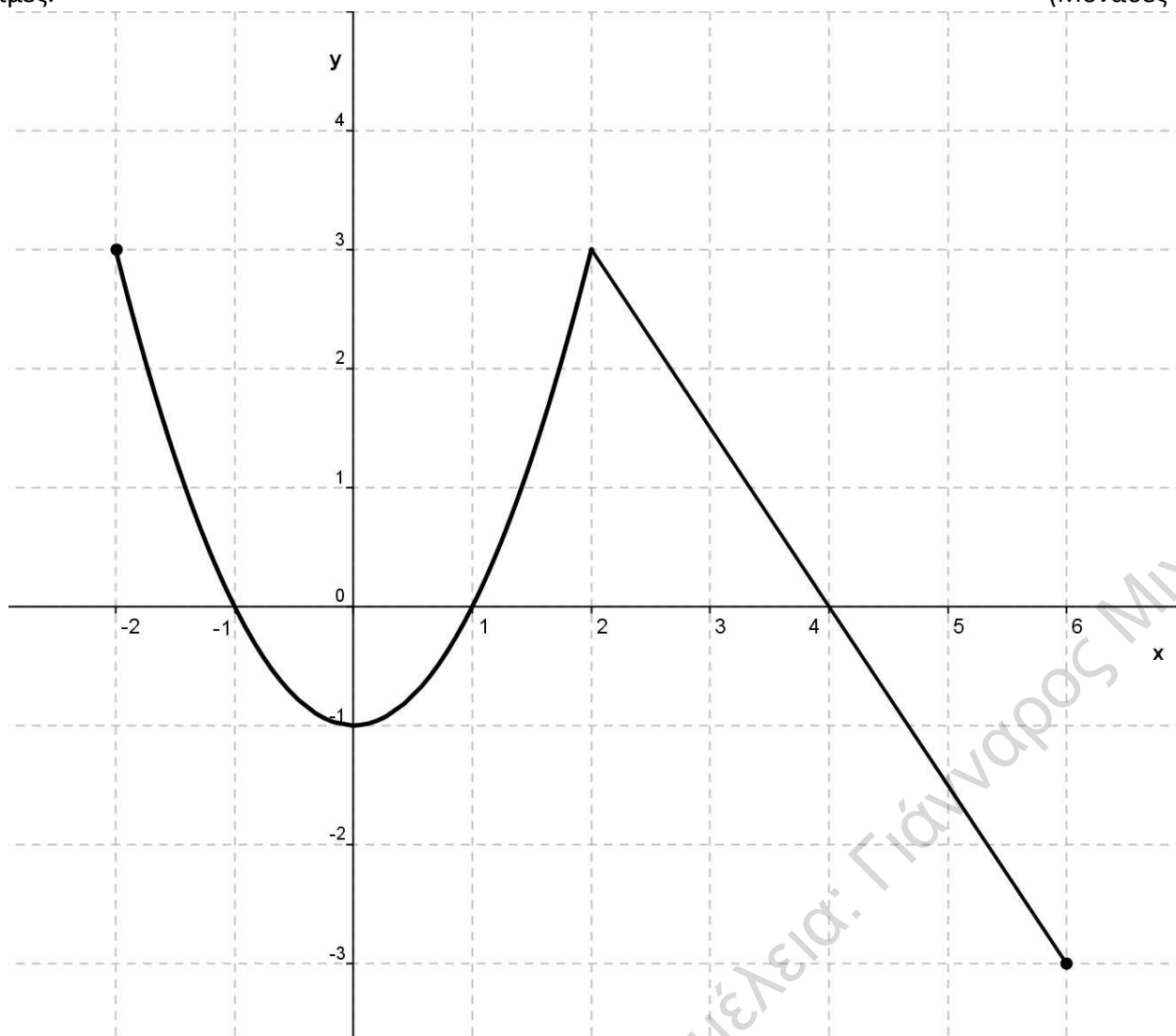
(Μονάδες 6)

γ) Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης με τους άξονες.

(Μονάδες 6)

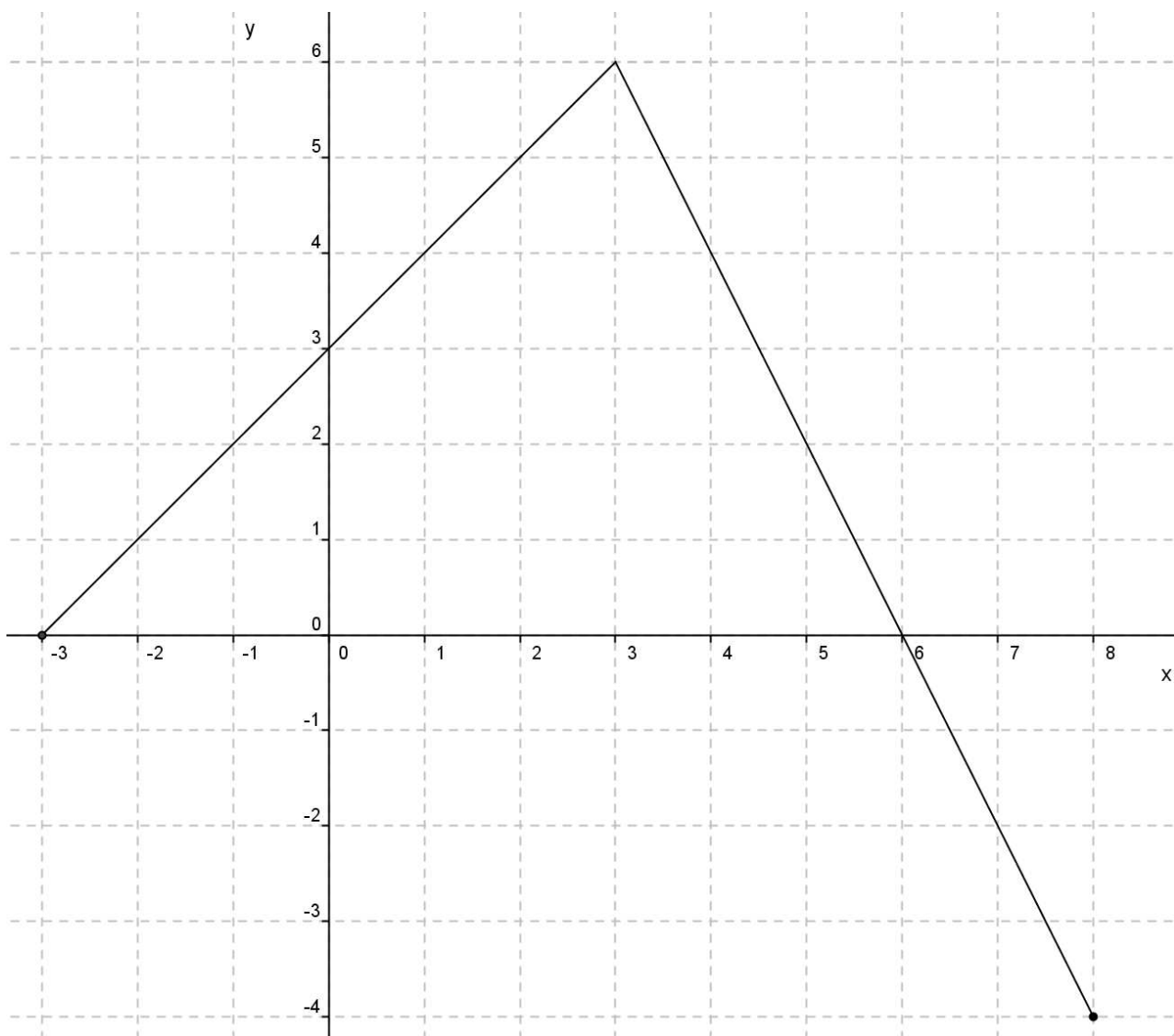
δ) Να προσδιορίσετε τα διαστήματα του πεδίου ορισμού στα οποία η συνάρτηση παίρνει αρνητικές τιμές.

(Μονάδες 7)



Άσκηση 21

ΘΕΜΑ 2



Στο παραπάνω σύστημα συντεταγμένων δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f .

α) Να προσδιορίσετε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης.

(Μονάδες 6)

β) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών:

x	-3	-1	0	3		
y					-2	-4

(Μονάδες 6)

γ) Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης με τους άξονες.

(Μονάδες 6)

δ) Να προσδιορίσετε το διάστημα του πεδίου ορισμού στο οποίο η συνάρτηση παίρνει θετικές τιμές.

(Μονάδες 7)

Άσκηση 22

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η συνάρτηση g , με $g(x) = \frac{2x^2 - 4x + \mu}{x+1}$. Αν η γραφική παράσταση της συνάρτησης g διέρχεται από το σημείο $A(1, -4)$,

α) να δείξετε ότι $\mu = -6$. (Μονάδες 9)

β) να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης. (Μονάδες 9)

γ) για $\mu = -6$ να απλοποιήσετε τον τύπο της συνάρτησης. (Μονάδες 7)

Επιμέλεια: Γιάνναρος Μιχάλης